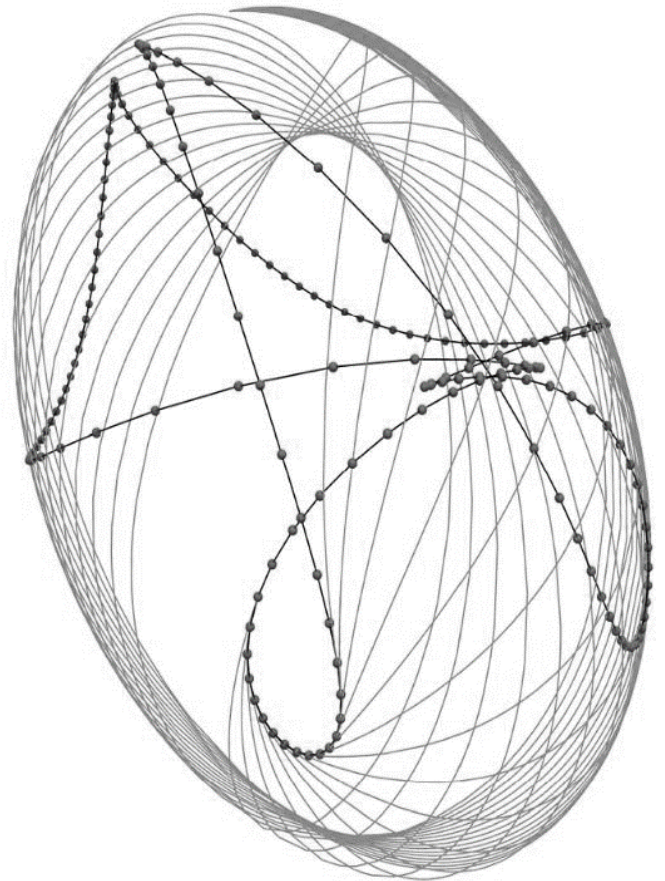
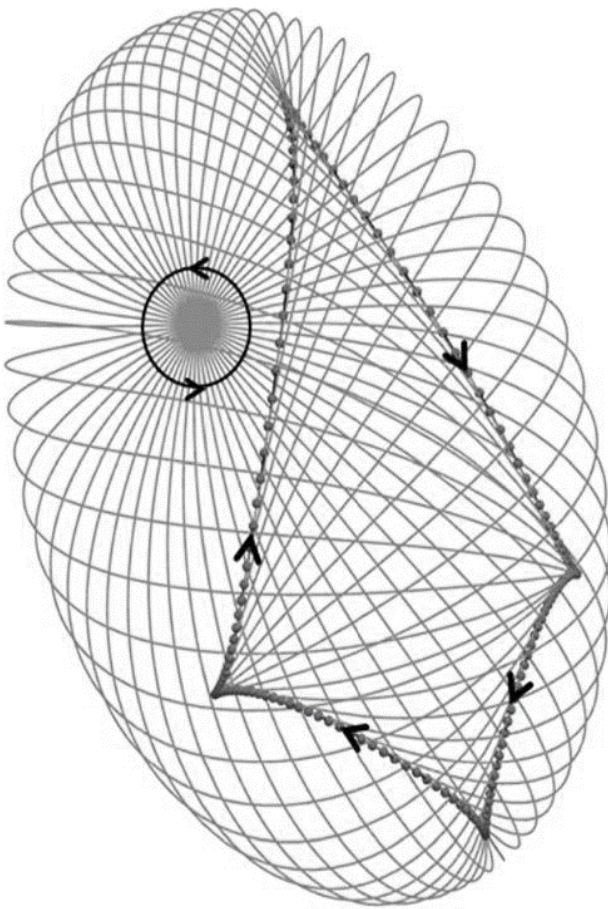


دیورستان غیر دولتی دانشمند

(دوره اول)

هندسه کلاس نهم

دبیر: استاد نظافتی



سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

فصل ۳: استدلال و اثبات

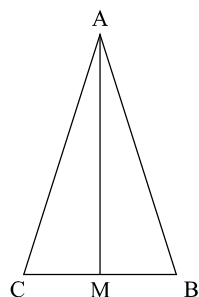
نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: هندسه نهم فصل ۳ بخش اول

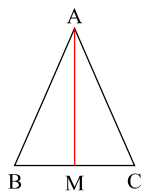


مجمع آموزشی دانشمند

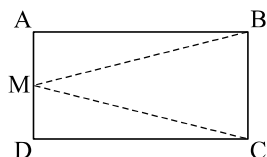
۱ در مثلث متساوی الساقین ABC ، نیمساز زاویه A را رسم کرده ایم. ثابت کنید AM میانه است.

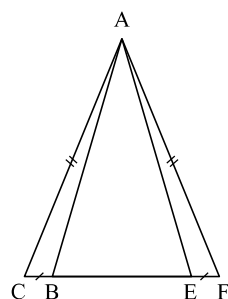


۲ در مثلث متساوی الساقین ABC ، میانه AM را رسم کرده ایم. مثلث های AMB و AMC به چه حالتی هم نهشت هستند؟ چرا AM ، نیمساز زاویه A است؟ چرا AM بر BC عمود است.

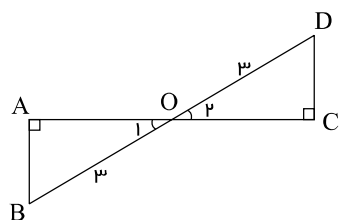


۳ چهارضلعی $ABCD$ مستطیل است و نقطه M وسط ضلع AD است. ثابت کنید مثلث BMC متساوی الساقین است.

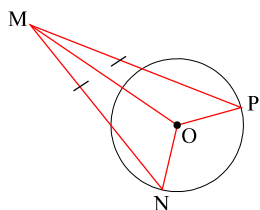




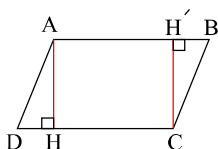
۴ با توجه به شکل ثابت کنید $\triangle BAE$ متساوی الساقین است.



۵ ثابت کنید $\triangle AOB$ و $\triangle COD$ باهم برابرند.

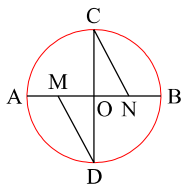


۶ دلیل هم‌نهشتی دو مثلث MPO و MNO چیست؟

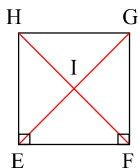


۷ چهارضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است. چرا دو مثلث ADH و BCH' هم‌نهشت هستند؟

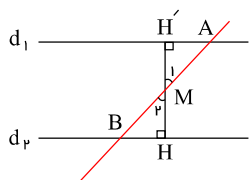
۸) O مرکز دایره، M وسط OA و N وسط OB و CD عمود بر AB است. دلیل هم‌نهشتی $\triangle MOD$ و $\triangle NOC$ را بنویسید.



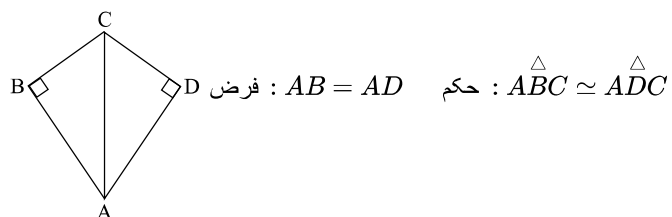
۹) ثابت کنید دو مثلث GEF و EHF با هم هم‌نهشت هستند. ($EFGH$ مربع است)



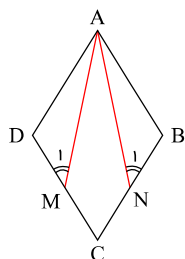
۱۰) M وسط AB است. ثابت کنید دو مثلث ایجادشده هم‌نهشت هستند.



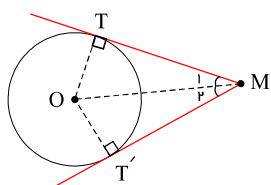
۱۱) اثبات کنید دو مثلث هم‌نهشت هستند. ($AB = AD$)



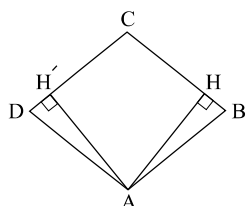
۱۲) $ABCD$ لوزی است و نقطه‌های M و N وسط اضلاع CD و CB هستند می‌خواهیم نشان دهیم: $\triangle ADM \cong \triangle ANB$



۱۳) در شکل زیر نشان دهید $MT = MT'$.



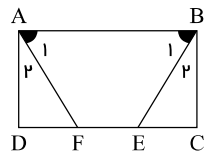
حکم: $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ فرض: MT و MT' بر دایره مماس هستند.



۱۴) چهارضلعی $ABCD$ لوزی است. ثابت کنید دو مثلث AHB و $AH'D$ هم‌نهشت هستند.

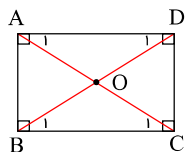
۱۵) در اثبات زیر، جاهای خالی را کامل کنید.

در مستطیل $ABCD$ ، پاره‌خط‌های AF و BE طوری رسم شده که دو زاویه A_1 و B_1 برابرند. ثابت کنید AF و BE مساوی هستند.

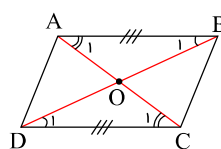


اثبات: چون $\hat{A}_1 + \hat{A}_r = 90^\circ$ و $\hat{B}_1 + \hat{B}_r = 90^\circ$ بنا براین: $\hat{A}_r = \hat{B}_r$ بنا به حالت (.....) $\triangle ADF \cong \triangle BCE \Rightarrow \dots = \dots$

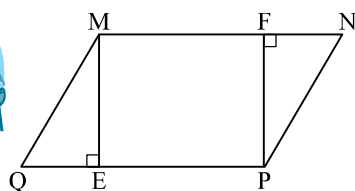
۱۶) ثابت کنید در هر مربع قطرها با هم برابر هستند.



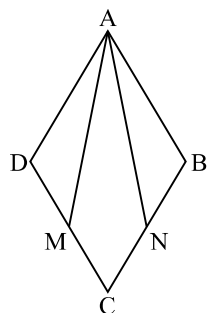
۱۷) در شکل زیر ثابت کنید $OA = OC$ و $OD = OB$.



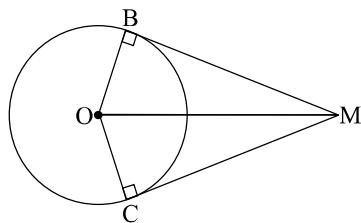
۱۸ ثابت کنید قطرهای هر متوازی‌الاضلاع یکدیگر را نصف می‌کنند. یعنی در شکل مقابل نشان دهید:
 $OB = OD$, $OA = OC$



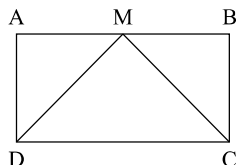
۱۹ در شکل زیر چهارضلعی $MNPQ$ متوازی‌الاضلاع است. ثابت کنید دو مثلث MEQ و NFP هم‌نهشت هستند.



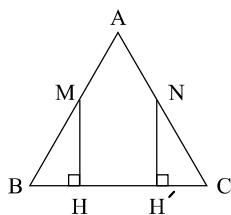
۲۰ در شکل مقابل $ABCD$ لوزی است و نقطه‌های M و N وسط‌های اضلاع CD و CB هستند. دلیل هم‌نهشتی دو مثلث ADM و ABN را با ذکر حالت بیان کنید.



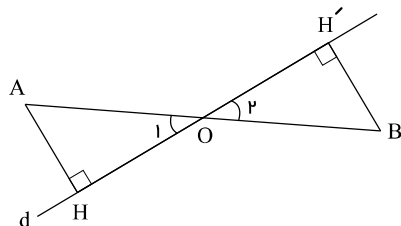
۲۱) در شکل زیر O مرکز دایره است. دلیل هم‌نهشتی دو مثلث $\triangle OBM$ و $\triangle OCM$ را با ذکر حالت بنویسید.



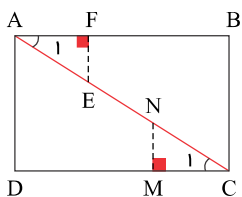
۲۲) چهارضلعی $ABCD$ یک مستطیل است و M وسط ضلع AB است. از M به نقاط D و C وصل کرده‌ایم. ثابت کنید MD و MC برابرند.



۲۳) مثلث ABC متساوی‌الساقین است. نقاط M و N وسط دو ساق هستند. ثابت کنید: $BH = CH'$



۲۴) در شکل مقابل خط d از وسط پاره‌خط AB می‌گذرد و فاصله دو نقطه A و B از خط d به یک فاصله است. ثابت کنید $OH = OH'$



۲۵) در مستطیل مقابل $\overline{NC} = \overline{EA}$ است. ثابت کنید که $\triangle AEF \cong \triangle CNM$. سپس اجزای متناظر آنها را بنویسید.

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: هندسه هفتم فصل ۴ بخش ۲



مجمع آموزشی دانشمند

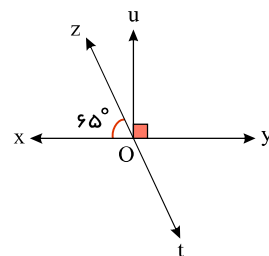
۱ در شکل‌های زیر با توجه به شرایط ذکر شده، جاهای خالی را پر کنید.

الف

$$z\hat{O}u = \dots\dots$$

$$x\hat{O}t = \dots\dots$$

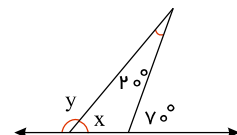
$$t\hat{O}y = \dots\dots$$



ب

$$\hat{x} = \dots\dots$$

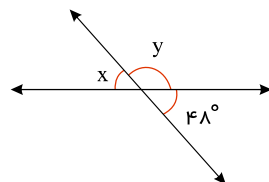
$$\hat{y} = \dots\dots$$



پ

$$\hat{x} = \dots\dots$$

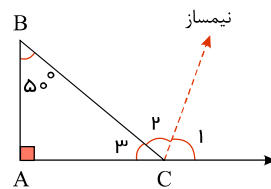
$$\hat{y} = \dots\dots$$



ت

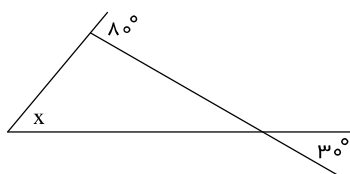
$$\hat{C}_3 = \dots\dots$$

$$\hat{C}_1 = \dots\dots$$

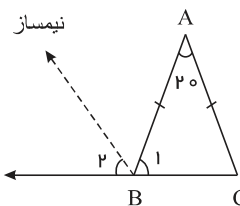
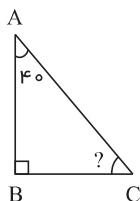


۲ پاسخ سوالات زیر را بدهید.

الف در شکل زیر، اندازه زاویه های خواسته شده را به دست آورید.



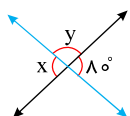
۳ با استفاده از رابطه های بین زاویه ها، اندازه های خواسته شده را پیدا کنید.



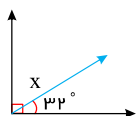
الف) $\hat{C} = ?$

ب) $\hat{B}_1 = \dots \hat{B}_r = \dots$

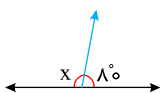
۴ اندازه زاویه های x و y را در شکل های زیر پیدا کنید.



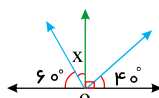
(۱)



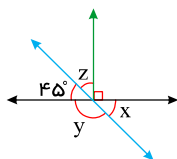
(۲)



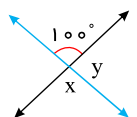
(۳)



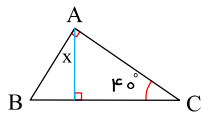
(۴)



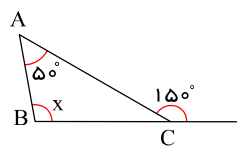
(۵)



(۶)



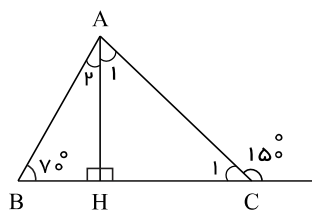
(۷)



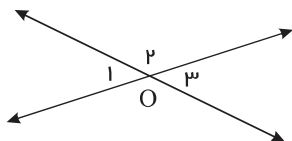
(۸)



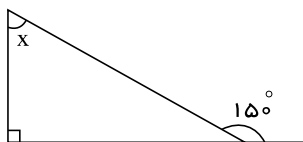
۵ در شکل زیر، اندازه زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.



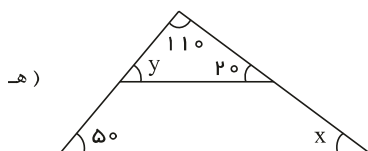
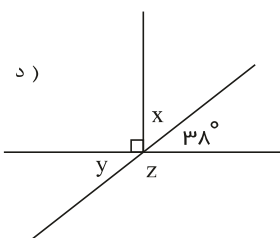
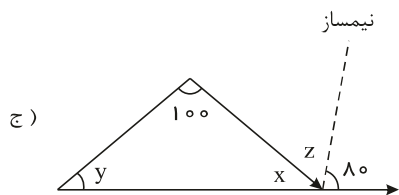
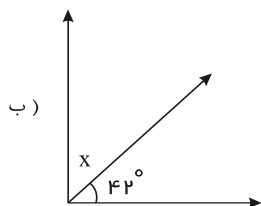
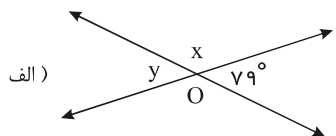
۶ با استفاده از رابطه‌های هندسی و نتیجه گیری، ثابت کنید دو زاویه متقابل به رأس، مساوی هستند.



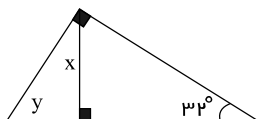
۷ در شکل روبه‌رو مقدار x را بیابید.



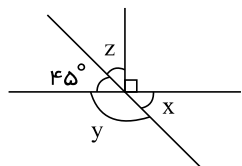
۸ در هر شکل اندازه زاویه های مجهول را به دست آورید.



۹ مقدار x و y را در شکل زیر به دست آورید.

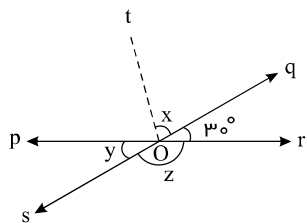


۱۰ در شکل زیر، اندازه زاویه y ، x و z را به دست آورید.

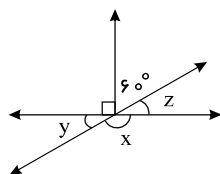




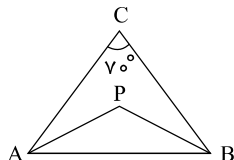
۱۱) در شکل زیر، اندازه $\hat{x}$ و $\hat{y}$ را به دست آورید. Ot ، نیمساز زاویه $(p\hat{O}q)$ است.



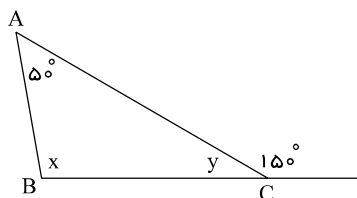
۱۲) اندازه زاویه های x ، y و z را مشخص کنید.



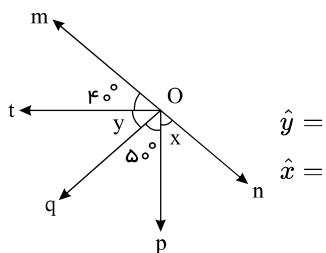
۱۳) در شکل زیر، $\hat{C} = 70^\circ$ و AP نیمساز زاویه A و PB نیمساز زاویه B است، مقدار زاویه P چند درجه است؟



۱۴) اندازه زاویه های y و x را در شکل زیر به دست آورید.

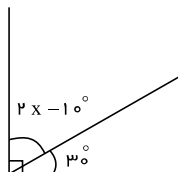


۱۵) اندازه زاویه‌های خواسته شده را بنویسید. (Ot نیمساز زاویه $\hat{m}\hat{O}q$ می باشد)

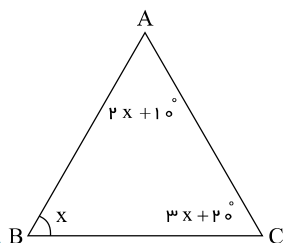


$\hat{y} =$
 $\hat{x} =$

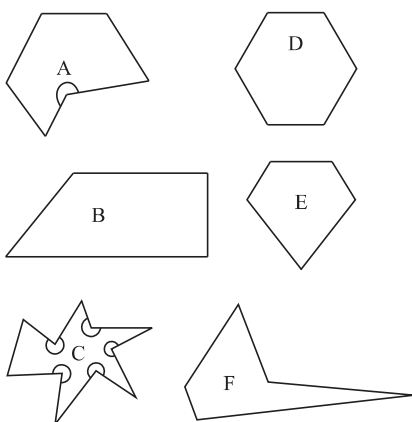
۱۶) در شکل زیر، مقدار x را بیابید.



۱۷) در مثلث روبه‌رو، اندازه زاویه A را محاسبه کنید.



۱۸) در جدول زیر، نام چندضلعی‌های محدب و مقعر را بنویسید.



چند ضلعی محدب	چند ضلعی مقعر

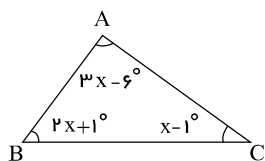
۱۹) جاهای خالی را کامل کنید.
الف) سه ضلعی منتظم است.
ب) مربع یک است.
پ) لوزی یک چهارضلعی منتظم

۲۰) در هر یک از زمان‌های زیر، زاویه بین عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار چه نوع زاویه‌ای است؟

- الف) ساعت ۹ ب) ساعت ۶ پ) ساعت ۲ ت) ساعت ۸

۲۱) دو زاویه متمم هستند. اگر اندازه یکی از آنها ۴ برابر زاویه دیگر باشد، مکمل زاویه کوچک‌تر را به دست آورید.

۲۲) در شکل مقابل، اندازه زاویه $\hat{A}$ چند درجه است؟



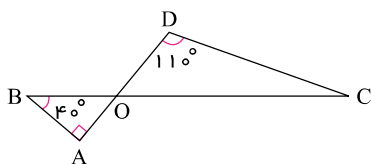
۳۱° ۴

۳۰° ۳

۸۷° ۲

۶۳° ۱

۲۳) با توجه به شکل، زاویه C چند درجه است؟



۴۰° ۴

۳۰° ۳

۲۰° ۲

۱۰° ۱

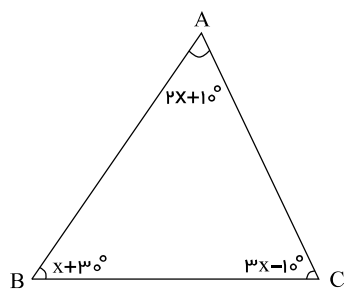
۲۴) زاویه بین عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار در ساعت $۱:۰۸$ برابر کدام می‌تواند باشد؟

۲۱۵° ۴

۲۰۰° ۳

۱۷۵° ۲

۱۷۰° ۱



۲۵ در شکل زیر زاویه $\hat{A}$ چند درجه است؟

۱ ۶۰

۲ ۷۰

۳ ۵۰

۴ ۴۰

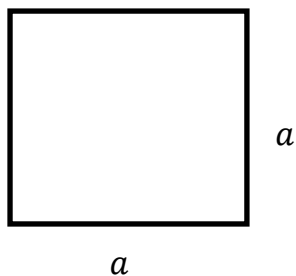
مساحت

برای محاسبه حجم و مساحت جانی ابتدا باید مساحت و محیط شکل های مختلف را خوب بدانیم.

(یادتون نره مساحت یعنی سطح داخل شکل و محیط یعنی دور تا دور شکل)

پس ابتدا به مرور مساحت و محیط اشکال مختلف می پردازیم:

۱. مربع:



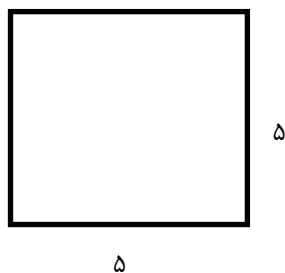
* مساحت: یک ضلع ضرب در خودش $a \times a =$

* محیط: اندازه ضلع $\times 4 = 4a$

مثال ۱: مساحت و محیط مربع مقابل را محاسبه کنید.

* مساحت: $5 \times 5 = 25$

* محیط: $4 \times 5 = 20$



۲. مستطیل:

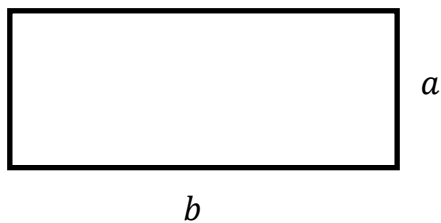
* مساحت: طول $\times$ عرض $a \times b =$

* محیط: دو برابر طول + دو برابر عرض $2a + 2b =$

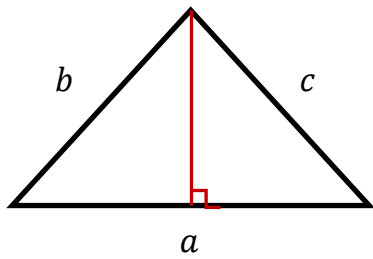
مثال ۲: مساحت و محیط مستطیل مقابل را محاسبه کنید.

* مساحت: $7 \times 8 = 56$

* محیط: $2 \times (7 + 8) = 30$



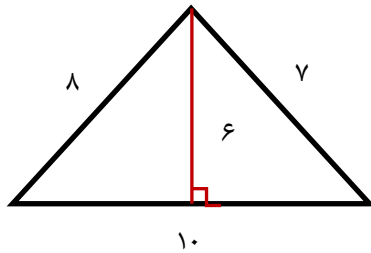
۳. مثلث غیر قائمه:



$$\frac{a \times h}{2} = \frac{\text{قائده} \times \text{ارتفاع}}{2} \quad * \text{مساحت:}$$

$$a + b + c = \text{جمع سه ضلع} \quad * \text{محيط:}$$

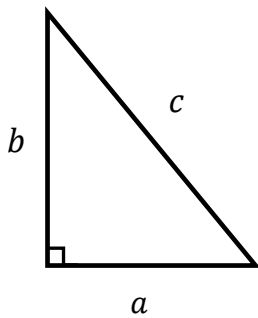
مثال ۳: مساحت و محیط مثلث مقابل را محاسبه کنید.



$$\frac{6 \times 10}{2} = 30 \quad * \text{مساحت:}$$

$$10 + 7 + 8 = 25 \quad * \text{محيط:}$$

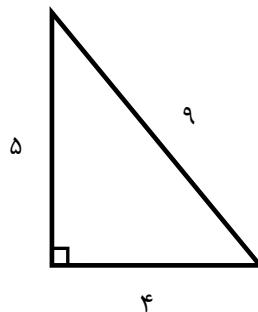
۴. مثلث قائمه الزاویه:



$$\frac{a \times b}{2} = \frac{\text{قائده} \times \text{ارتفاع}}{2} \quad * \text{مساحت:}$$

$$a + b + c \quad * \text{محيط: جمع سه ضلع}$$

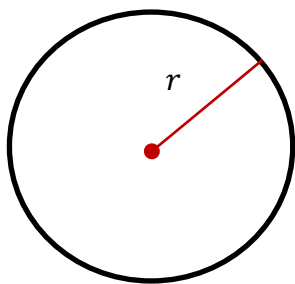
مثال ۴: مساحت و محیط مثلث قائمه الزاویه مقابل را محاسبه کنید.



$$\frac{5 \times 4}{2} = 10 \quad * \text{مساحت:}$$

$$5 + 4 + 9 = 18 \quad * \text{محيط:}$$

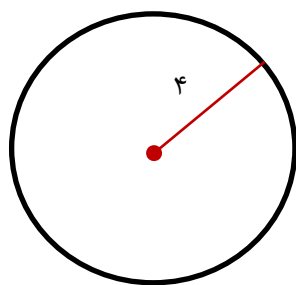
۵. دایره:



* مساحت: شعاع $\times$ شعاع $\times$ عدد پی $r \times r \times \pi$

* محیط: شعاع $\times ۲ \times$ عدد پی $۲ \times r \times \pi$

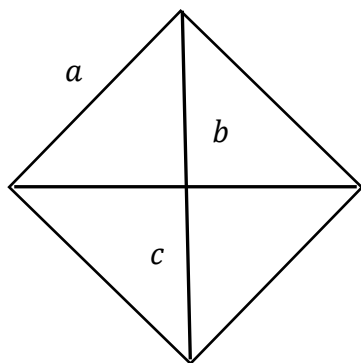
مثال ۵: مساحت و محیط مثلث قائمه الزاویه مقابل را محاسبه کنید. ($\pi = ۳/۱۴$)



* مساحت: $۴ \times ۴ \times ۳/۱۴ = ۵۰/۲۴$

* محیط: $۲ \times ۴ \times ۳/۱۴ = ۲۵/۵۶$

۶. لوزی

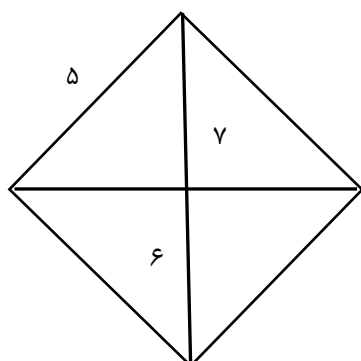


* مساحت: $\text{مساحت} = \frac{\text{قطر کوچک} \times \text{قطر بزرگ}}{۲}$

$\text{مساحت} = \frac{b \times c}{۲}$

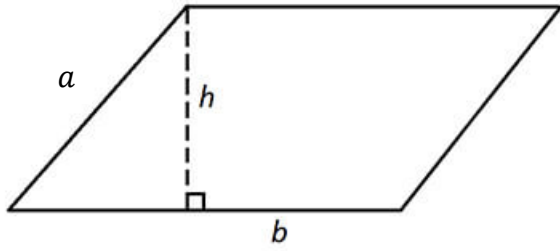
* محیط: $\text{محیط} = ۴ \times \text{یک ضلع}$

$\text{محیط} = ۴ \times a$



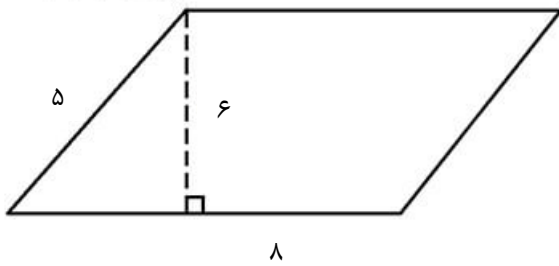
$\text{مساحت} = \frac{۷ \times ۶}{۲} = ۲۱$

$\text{محیط} = ۴ \times ۵ = ۲۰$



مساحت = $b \times h$

* محیط: دو برابر طول + دو برابر عرض $= 2a + 2b$



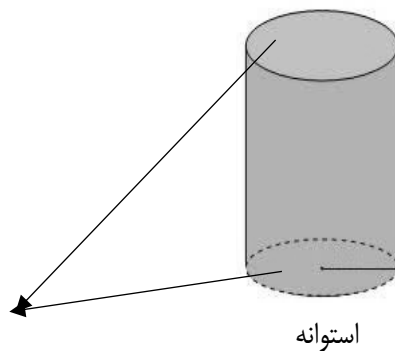
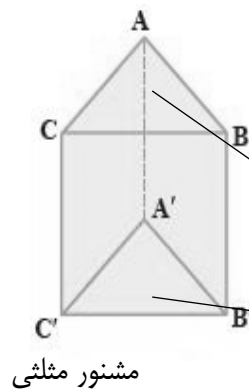
$8 \times 6 = 48$

* مساحت:

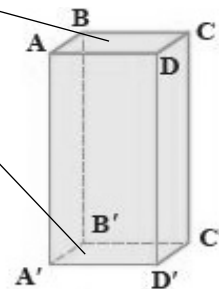
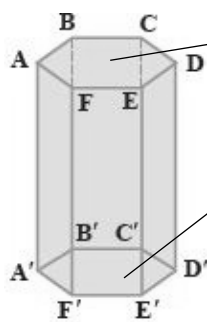
$2 \times (5 + 8) = 26$

* محیط:

انواع منشور



قاعده



مکعب مستطیل (منشور چهاروجهی)



محاسبه حجم منشور

تعریف حجم: مقدار فضای داخل اشکال سه بعدی

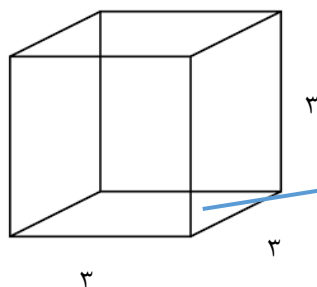
- به طور کلی برای تمامی منشورها یک فرمول کلی وجود دارد:

ارتفاع $\times$ مساحت قاعده = حجم

$$V = S \times h$$

مثال ۶: مقدار حجم و مساحت جانبی و مساحت کل اشکال زیر را بیابید. همچنین تعداد یال، راس و وجه را پیدا کنید.

۱. مکعب:

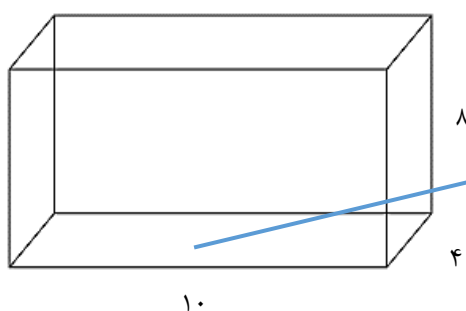


قاعده شکل مقابل یک مربع به ضلع ۳ بوده و ارتفاع شکل ۳ می باشد.

ارتفاع $\times$ مساحت قاعده = حجم

$$\text{حجم} = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

۲. مکعب مستطیل

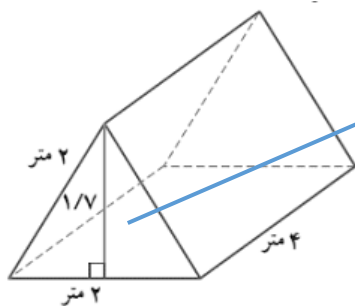


قاعده شکل مقابل یک مستطیل به طول و عرض بوده و ارتفاع شکل می باشد.

ارتفاع $\times$ مساحت قاعده = حجم

$$\text{حجم} =$$

۳. منشور مثلثی:

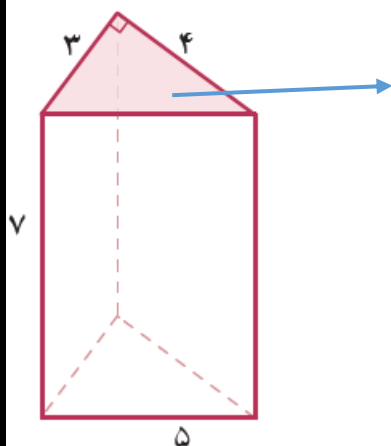


قاعده شکل مقابل یک مثلث به قاعده و ارتفاع می باشد و ارتفاع شکل می باشد.

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم}$$

$$\text{حجم} =$$

۴. منشور مثلثی (قائم الزاویه):

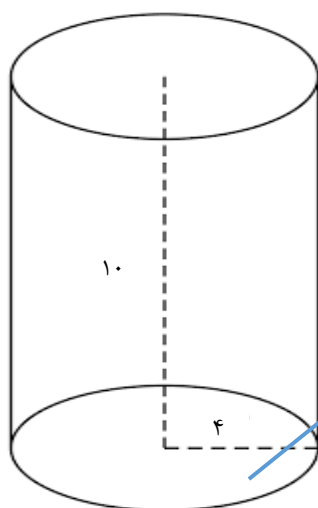


قاعده شکل مقابل یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع و و بوده و ارتفاع شکل می باشد.

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم}$$

$$\text{حجم} =$$

۵. استوانه:



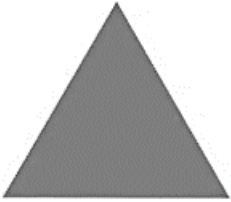
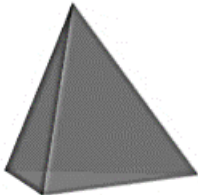
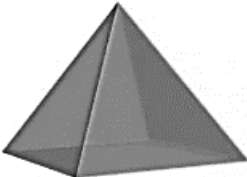
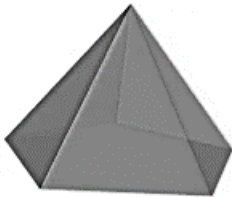
قاعده شکل مقابل یک دایره به شعاع بوده و ارتفاع شکل است.

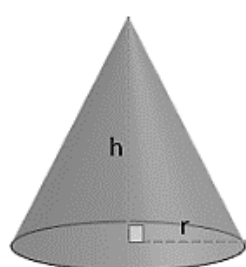
$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم}$$

$$\text{حجم} =$$

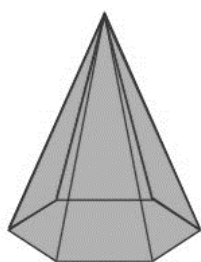
انواع هرم

هرم‌ها براساس نوع سطح قاعده‌شان به دسته‌های مختلفی تقسیم می‌شوند.

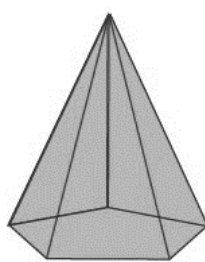
نوع هرم	سطح قاعده	
هرم مثلثی		
هرم مربعی		
هرم پنج ضلعی		



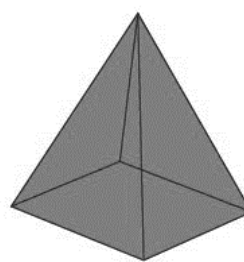
مخروط



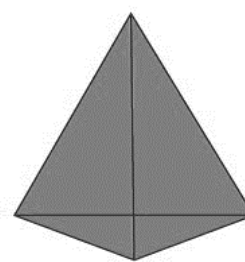
هرم شش ضلعی



هرم پنج ضلعی



هرم مربعی



هرم مثلثی

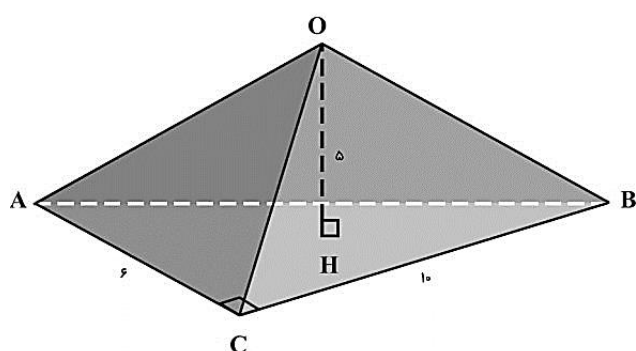
محاسبه حجم هرم

تعریف حجم: مقدار فضای داخل اشکال سه بعدی

- به طور کلی برای تمامی منشورها یک فرمول کلی وجود دارد:

ارتفاع $\times$ مساحت قاعده $\times \frac{1}{3} = \text{حجم}$

$$V = \frac{1}{3} \times S \times h$$

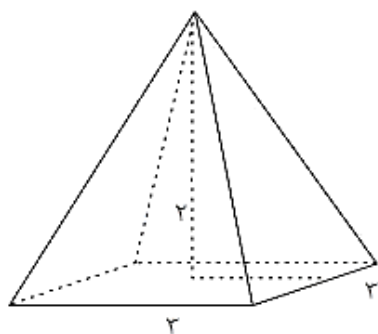


۱. هرم مثلثی:

$$V = \frac{1}{3} \times S \times h$$

$$V = \frac{1}{3} \times \frac{6 \times 10}{2} \times 5 = 50$$

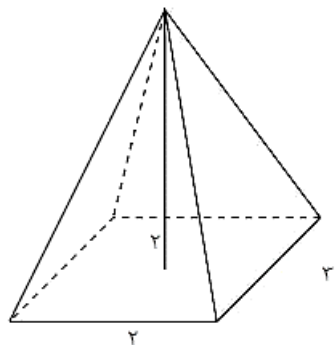
۲. هرم مربعی:



$$V = \frac{1}{3} \times S \times h$$

$$V =$$

۳. هرم مستطیلی:



$$V = \frac{1}{3} \times S \times h$$

$$V =$$

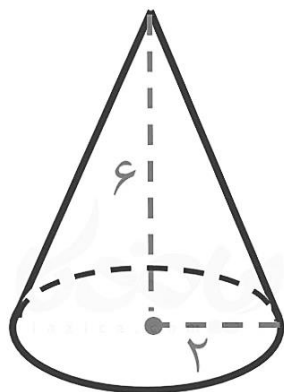
۴. هرم لوزی:

حجم هرمی را محاسبه کنید که قاعده آن لوزی به قطرهای ۸ و ۶ و ارتفاع هرم ۱۲ سانتی متر باشد.

$$V = \frac{1}{3} \times S \times h$$

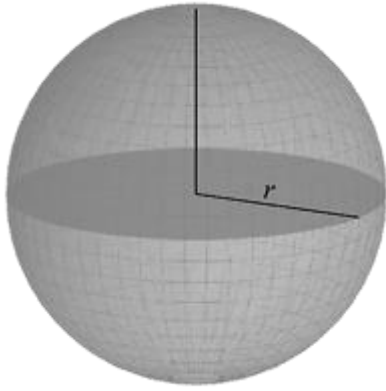
$$V =$$

۵. مخروط:

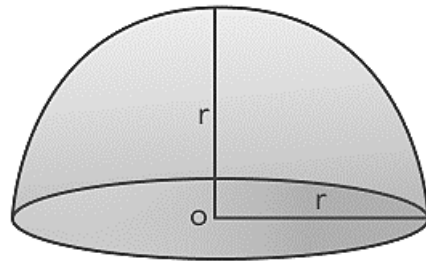


$$V = \frac{1}{3} \times S \times h$$

$$V =$$



کره



نیم کره

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$S_{\text{کره}} = 4\pi r^2$$

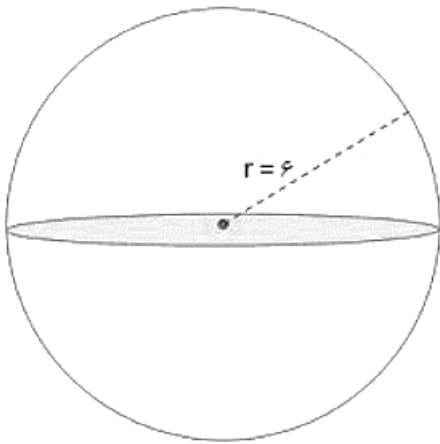
$$V_{\text{نیم کره}} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$S_{\text{نیم کره توخالی}} = 2\pi r^2$$

$$S_{\text{نیم کره توپر}} = 3\pi r^2$$

حجم و مساحت شکل های زیر را بیابید.

۱. کره:



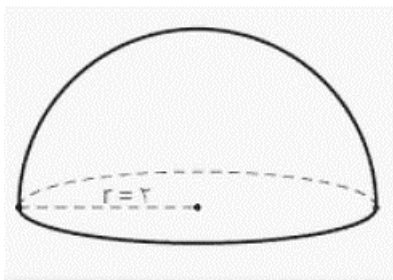
$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi 6^3 = 288\pi$$

$$S_{\text{کره}} = 4\pi r^2$$

$$S_{\text{کره}} = 4\pi 6^2 = 144\pi$$

۲. نیم کره توخالی و توپر:



$$V_{\text{نیم کره}} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$V_{\text{نیم کره}} =$$

$$S_{\text{نیم کره توخالی}} = 2\pi r^2$$

$$S_{\text{نیم کره توخالی}} =$$

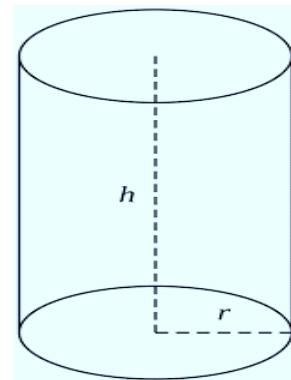
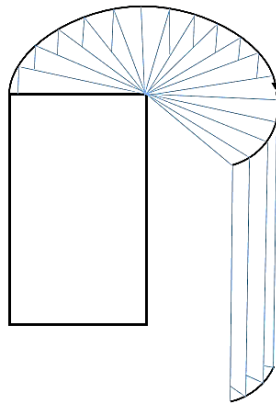
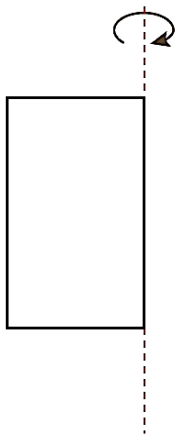
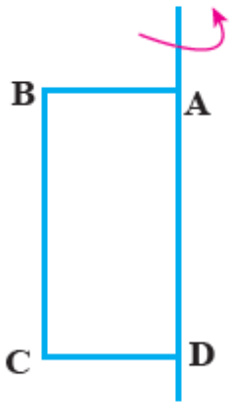
$$S_{\text{نیم کره توپر}} = 3\pi r^2$$

$$S_{\text{نیم کره توپر}} =$$

دوران

۱. دوران مستطیل:

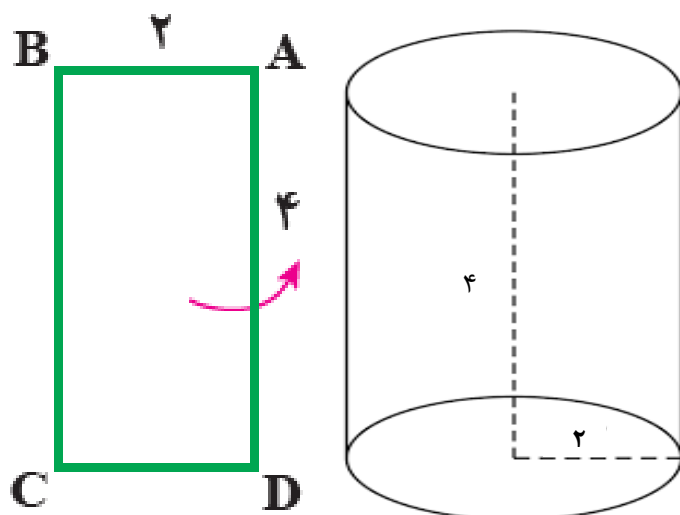
از دوران مستطیل حول اضلاعش، استوانه بوجود می آید.



نکته: ضلعی از مستطیل که ثابت بوده و مستطیل حول آن دوران می کند، ارتفاع استوانه را تشکیل داده و ضلع دیگر شعاع استوانه می شود.

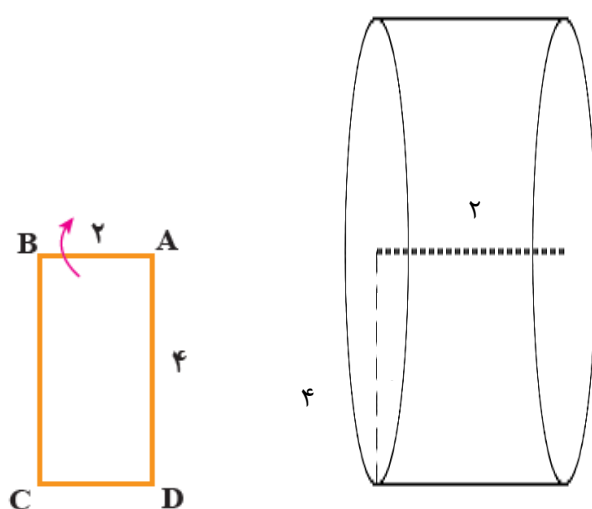
مثال:

یک مستطیل را یک بار حول محور AD و یک بار حول محور AB دوران دهید. حجم حاصل از این دوران را حساب کنید.



ارتفاع $\times$ مساحت قاعده = حجم

$$\text{حجم} = 2 \times 2 \times 3 \times 4 = 48$$

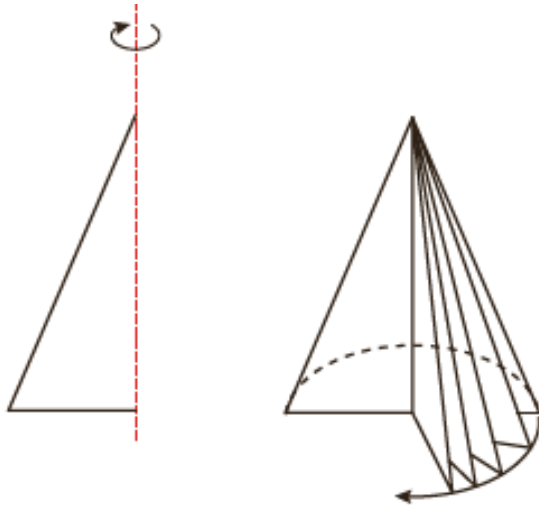


ارتفاع $\times$ مساحت قاعده = حجم

$$\text{حجم} = 4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$$

۲. دوران مثلث قائم الزاویه (حول اضلاع قائمه):

از دوران مثلث قائم الزاویه حول اضلاع قائمه اش، مخروط بوجود می آید.



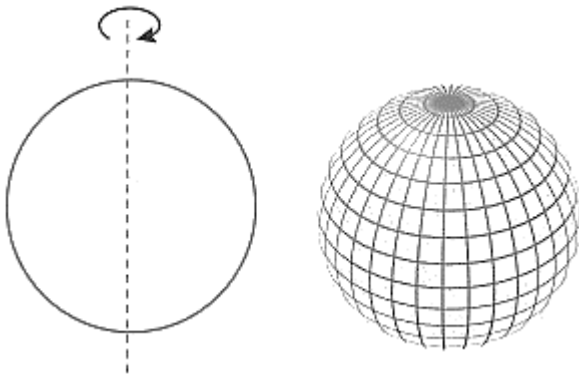
نکته: ضلعی از مثلث که ثابت بوده و مثلث حول آن دوران می کند، ارتفاع مخروط را تشکیل داده و ضلع دیگر شعاع قاعده مخروط می شود.

مثال:

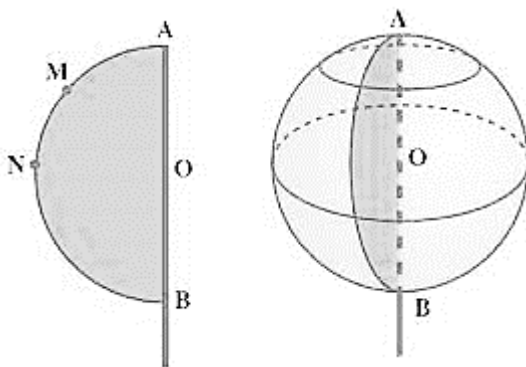
مثلث قائم الزاویه ای به اضلاع ۳ و ۴ را یکبار حول ضلع ۳ و یکبار حول ضلع ۴ دوران می دهیم. حجم شکل های دوران داده را بیابید.

۲. دوران دایره، نیم دایره و ربع دایره:

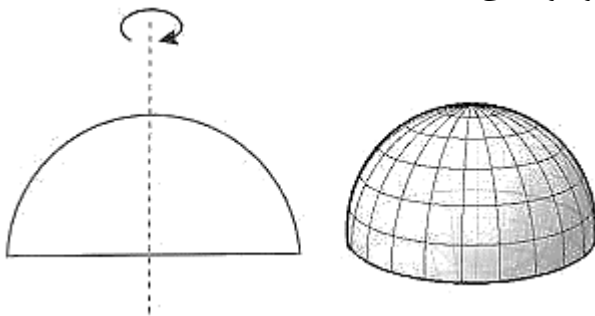
- ازدوران دایره حول قطر، کره بوجود می آید.



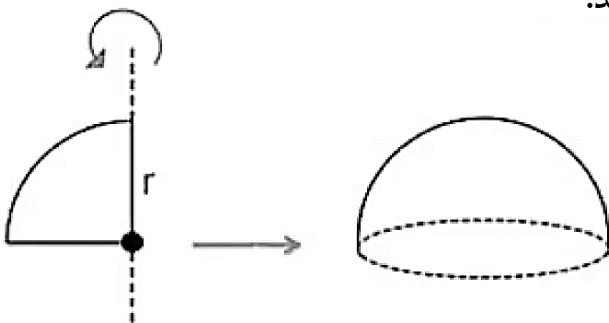
- از دوران نیم دایره حول قطر، کره بوجود می آید.



- از دوران نیم دایره حول شعاع عمود بر قطر، نیم کره بوجود می آید.



- از دوران ربع دایره حول شعاع، نیم کره بوجود می آید.



نکته: در همه شکل های فوق، شعاع شکل قبل از دوران با شعاع شکل بعد از دوران برابر است. پس برای محاسبه حجم و مساحت شکل دوران یافته، از اندازه شعاع شکل قبل از دوران استفاده می کنیم.

